

## Soluções das atividades:

### AULA 1

#### PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

---

**Resolvendo as atividades pelo diagrama da árvore:**

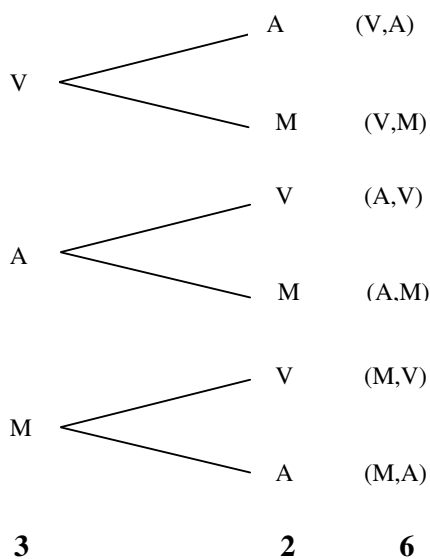
#### Atividade 1

##### Solução:

Suponhamos as cores: vermelha (V), azul (A) e marrom (M)

1ª decisão

2ª decisão



**Obs.:** na 1ª decisão temos três possibilidades de cores e na 2ª decisão temos duas possibilidades de cores. Então, podemos formar 6 bandeiras diferentes.

Pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos:

$$3 \times 2 = 6 \text{ bandeiras diferentes}$$

#### Atividade 4

##### Solução:

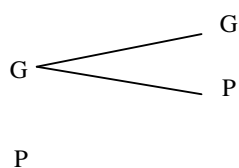
##### 1ª jogada

G  
P

Observe que na primeira jogada temos as duas possibilidades. Assim se você ganhou na 1ª jogada, na 2ª jogada você pode ganhar ou perder;

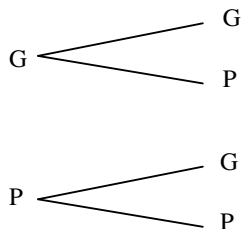
Temos então:

##### 1ª jogada      2ª jogada



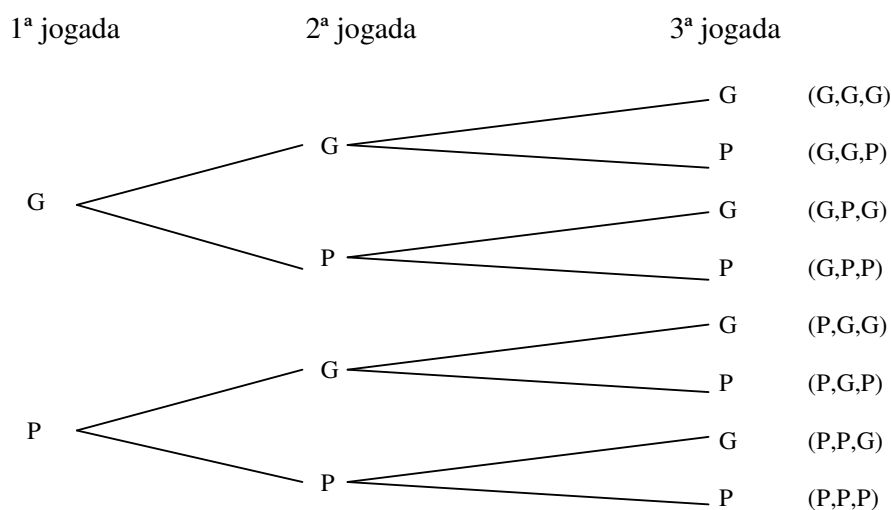
Mas devemos pensar na hipótese de você ter perdido a 1ª jogada; então desenhamos:

1ª jogada          2ª jogada



Assim vamos ramificando a árvore com as possibilidades para cada nova jogada.

Ainda falta a 3ª e última jogada. Observe que na 3ª jogada só haverá também duas possibilidades ganhar ou perder; então, temos a seguinte árvore:



Observe que existem oito maneiras diferentes do jogo se desenvolver. Você ainda pode determinar as possíveis quantias em dinheiro de cada possibilidade.

### Exercícios Propostos

#### 1. Solução:

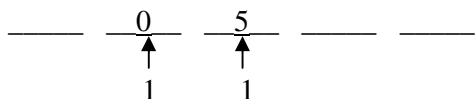
A quantidade total de número de 4 algarismos é  $9 \times 10 \times 10 \times 10 = 9000$

Os que não possuem o algarismo 2 formam um total de  $8 \times 9 \times 9 \times 9 = 5832$

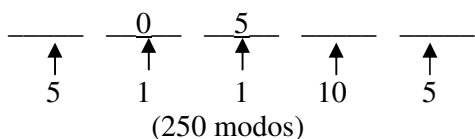
Assim, a quantidade dos que possuem pelo menos um algarismo 2 são  $9000 - 5832 = 3168$

#### 2. Solução:

1º caso: Os algarismos nas 2ª e 3ª posições são 0 e 5 respectivamente.



Subcaso 1: A condição a) é atendida

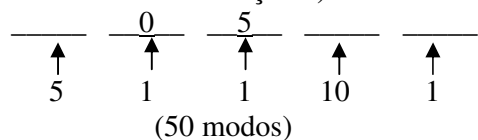


Para o 2º e 3º algarismos somarem 5, temos as seguintes opções:

2º	3º
0	5
5	0
1	4
4	1
2	3
3	2

} 6 opções

**Subcaso 2:** A condição b) é atendida



**Total do 1º caso:** 300 modos.

Como os outros casos são análogos, temos um total de  $6 \times 300 = 1800$  casos.

### 3. Solução:

Dividir em 3 casos:

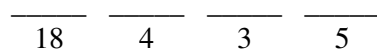
**1º caso:** 2 vogais no centro

**Explicação:** **1ª decisão:** Escolher consoante inicial

**2ª decisão:** Escolher vogal final

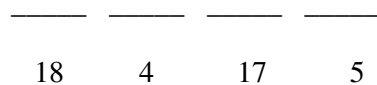
**3ª decisão:** Escolher vogal 2ª posição

**4ª decisão:** Escolher vogal 3ª posição



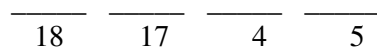
(Total: 1080 casos)

**2º caso:** Uma vogal e uma consoante centrais



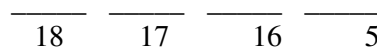
(Total: 6120 casos)

**OU**



(Total: 6120 casos)

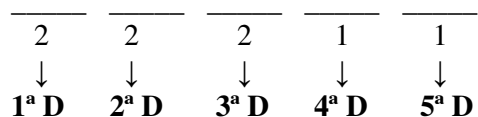
**3º caso:** Duas consoantes centrais



(Total: 24480 casos)

Então, o número de senhas possíveis é  $1080+6120+6120+24480 = 37800$

### 4. Solução:



**Total de casos:**  $8-2 = 6$

## AULA 2

## PERMUTAÇÃO SIMPLES

## Atividade 2:

## Solução:

Possíveis filas com 3 pessoas	Possíveis filas com 4 pessoas			
C A B	D C A B	C D A B	C A D B	C A B D
A C B	D A C B	A D C B	A C D B	A C B D
A B C	D A B C	A D B C	A B D C	A B C D
C B A	D C B A	C D B A	C B D A	C B A D
B C A	D B C A	B D C A	B C D A	B C A D
B A C	D B A C	B D A C	B A D C	B A C D
Nº de filas com 3 pessoas: 6	Nº de filas com 4 pessoas: 24			

## Atividade 3

## Solução:

$$a) \frac{10!}{6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

$$b) \frac{7!}{5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!} = 7 \cdot 6 = 42$$

$$c) \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$$

**Atividade 4**

n (n° de pessoas na fila)	$P_n$ (n° de maneiras de formar uma fila com n pessoas)	$P_n$ (usando notação de fatorial)	Explicação
1	1	1!	-
2	2	2!	1ª decisão: Formar uma fila com 1 pessoa.(1 modo) 2ª decisão: Inserir a segunda pessoa na fila (2 modos) Total $2 \cdot 1 = 2$ modos
3	6	3!	1ª decisão: Formar uma fila com 2 pessoas.(=2.1 modos) 2ª decisão: Inserir a terceira pessoa na fila (3 modos) Total :1.2.3=3!
4	24	4!	1ª decisão: Formar uma fila com 3 pessoas.(=3.2.1 modos) 2ª decisão: Inserir a quarta pessoa na fila (4 modos) Total :1.2.3.4=4!
5	120	5!	1ª decisão: Formar uma fila com 4 pessoas.(=4.3.2.1 modos) 2ª decisão: Inserir a quinta pessoa na fila (5 modos) Total :1.2.3.4.5=5!
n	$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 1$	n!	1ª decisão: Formar uma fila com (n-1) pessoas (=(n-1).(n-2).(n-3)...1 modos) 2ª decisão: Inserir a enésima pessoa na fila (n modos) Total: $1 \dots (n-3) \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n = n!$

**Atividade 5****Solução:**

Como são 4 algarismos diferentes, que serão permutados em 4 posições, a solução é:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ números diferentes}$$

**Atividade 6****Solução:**

Cada anagrama da palavra MAR é uma ordenação das letras M, A, R. Assim, o número de anagramas é o número de permutações possíveis com essas letras, ou seja:

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Da mesma forma, cada anagrama da palavra MARTELO é uma ordenação das letras M, A, R, T, E, L, O. Daí, o número de anagramas é o número de permutações possíveis com essas letras, isto é:

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

**Atividade 7****Solução:**

A consoante inicial pode ser escolhida de 4 maneiras e a consoante final de 3 maneiras. As 5 letras restantes serão permutadas entre as duas consoantes já escolhidas. Portanto, a resposta é  $4 \cdot 3 \cdot 5! = 1440$  anagramas.

**Exercícios Propostos****1. Solução:**

Suponha que  $M_1$  namore  $H_1$ ,  $M_2$  namore  $H_2$  e  $M_3$  namore  $H_3$

Suponha que  $M_1$  está no

**1ª decisão:**  $H_1$  escolhe, há duas opções, à esquerda ou à direita: 2 modos

**2ª decisão:** Chega  $M_2$ : duas opções, à esquerda ou à direita do casal

**3ª decisão:** Chega  $H_2$ : duas opções

**4ª decisão:** Chega  $M_3$ : três opções

**5ª decisão:** Chega  $H_3$ : duas opções

**Total:**  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 48$  modos

## 2. Solução:

Temos  $5! 4! 3! + 5! 3! 4! = 2 \times 5! 4! 3! = 2 \times 120 \times 24 \times 6 = 34560$

↓ ↓ ↓    ↓ ↓ ↓  
**F A I    F A I**

**F** – Francês, **A** – Americano, **I** – Inglês

## AULA 2.1

## PERMUTAÇÃO Circular

**Atividade 1:**

**Solução:**  $PC_3 = (3-1)! = 2! = 2$  rodas distintas

**Atividade 2:**

**Solução:**  $PC_4 = (4-1)! = 3! = 6$  rodas distintas

As rodas são: Abel, Beatriz, Carla e Danielle  
 Abel, Beatriz, Danielle e Carla  
 Abel, Carla, Beatriz e Danielle  
 Abel, Carla, Danielle e Beatriz  
 Abel, Danielle, Beatriz e Carla  
 Abel, Danielle, Carla e Beatriz

**Atividade 3:**

**Solução:**

n (n° de pessoas na roda)	(n° de maneiras de formar uma roda com n pessoas)	$PC_n$ (usando notação de fatorial)	Explicação
2			-
3			<b>1ª decisão:</b> Formar uma roda com 2 pessoas (1 modo) <b>2ª decisão:</b> Inserir a 2ª pessoa (2 modos) <b>Total:</b> $2 \times 1 = 2$ modos
4			<b>1ª decisão:</b> Formar uma roda com 3 pessoas (2 modos) <b>2ª decisão:</b> Inserir a 3ª pessoa (3 modos) <b>Total:</b> $3 \times 2 = 6$ modos
5			<b>1ª decisão:</b> Formar uma roda com 4 pessoas (6 modo) <b>2ª decisão:</b> Inserir a 4ª pessoa (4 modos) <b>Total:</b> $6 \times 4 = 24$ modos
n			<b>1ª decisão:</b> Formar uma roda com (n-1) pessoas (n-1 modos) <b>2ª decisão:</b> Inserir a nª pessoa (n modos) <b>Total:</b> $(n-1) \cdot n$ modos

**Atividade 4: As**

**Solução:** As seguintes rotações são equivalentes: I, IV e V;  
 II, III e VI

**Exercícios propostos**

## AULA 3

## COMBINAÇÃO SIMPLES

**Atividade 1****Solução:**

Denotando Pedro – P, Luís – L, José – J, Abel – A, Márcio – M, podemos formar as seguintes duplas de vencedores:

(P, L); (P, J); (P, A); (P, M);

(L, J); (L, A); (L, M);

(J,A); (J,M);

(A,M)

Ou seja, são 10 as possíveis duplas de vencedores.

**Atividade 2**

c)

Considerando-se o grupo de 4 funcionários		
Número de pessoas na comissão	Comissões possíveis	Número de comissões possíveis
1	(Ana);(Beatriz);(Cláudio);(Davi)	4
2	(Ana, Beatriz); (Ana, Cláudio); (Ana, Davi); (Beatriz, Cláudio); (Beatriz, Davi); (Cláudio, Davi)	6
3	(Ana, Beatriz, Cláudio); (Ana, Beatriz, Davi); (Ana, Cláudio, , Davi); (Beatriz,Davi, Cláudio)	4
4	(Ana ,Beatriz,Cláudio,Davi)	1

**Atividade 3****Solução:**

$C_{4,3} = \binom{4}{3} = 4$
$C_{4,4} = \binom{4}{4} = 1$
$C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$

**Atividade 4****Solução:**

$$1. C_{10,2} = \frac{10 \cdot 9}{2!} = \frac{10 \cdot 9}{2!} \cdot \frac{8!}{8!} = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

$$2. C_{15,3} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} \cdot \frac{12!}{12!} = \frac{15!}{3!12!} = 455$$

$$3. C_{50,4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4!} \cdot \frac{46!}{46!} = \frac{50!}{4!46!}$$

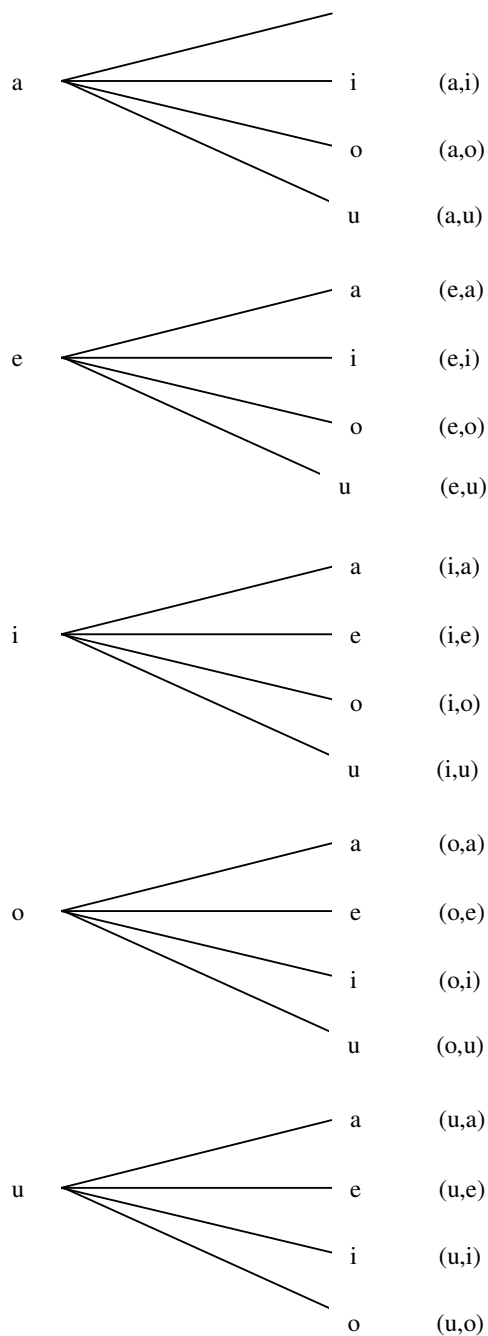
### Atividade 5

Solução:

$C_{7,3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} \cdot \frac{4!}{4!} = \frac{7!}{3!4!}$	$C_{7,3} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!}$
$C_{9,4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4!} \cdot \frac{5!}{5!} = \frac{9!}{4!5!}$	$C_{9,4} = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4!5!}$
$C_{10,6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6!} \cdot \frac{4!}{4!} = \frac{10!}{6!4!}$	$C_{10,6} = \binom{10}{6} = \frac{10!}{6!4!}$
$C_{12,5} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5!} \cdot \frac{7!}{7!} = \frac{12!}{5!7!}$	$C_{12,5} = \binom{12}{5} = \frac{12!}{5!7!}$
$C_{15,4} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4!} \cdot \frac{11!}{11!} = \frac{15!}{4!11!}$	$C_{15,4} = \binom{15}{4} = \frac{15!}{4!11!}$
$C_{n,p} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-p+1)}{p!} \cdot \frac{(n-p)!}{(n-p)!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$	$C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

### Atividade 6

Solução:



**Então temos as seguintes combinações:**  
 {(a,e); (a,i); (a,o); (a,u); (e,i); (e,o); (e,u);  
 (i,o); (i,u)}

### Atividade 7

#### Solução:

Podemos formar os seguintes triângulos:

(A,B,C), (A,B,D), (A,B,E), (A, C, D)

(B,C,D), (B,C,E),

(C,D,E)

(D, E, A), (D, E, B), (D, E, C)

## AULA 4

**PERMUTAÇÃO (com repetição), COMBINAÇÃO (com repetição)**

### Atividade 1

<b>Problema real:</b> número de permutações de <b>AAACB</b>	<b>Problema auxiliar:</b> número de permutações de: <b>A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>CB</b>		
<b>CBAAA</b>	<b>CB A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>3</sub></b> <b>CB A<sub>1</sub>A<sub>3</sub>A<sub>2</sub></b>	<b>CB A<sub>2</sub>A<sub>1</sub>A<sub>3</sub></b> <b>CB A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>A<sub>1</sub></b>	<b>CB A<sub>3</sub>A<sub>1</sub>A<sub>2</sub></b> <b>CB A<sub>3</sub>A<sub>2</sub>A<sub>1</sub></b>
<b>ACABA</b>	<b>A<sub>1</sub>CA<sub>2</sub>BA<sub>3</sub></b> <b>A<sub>1</sub>CA<sub>3</sub>BA<sub>2</sub></b>	<b>A<sub>2</sub>CA<sub>1</sub>BA<sub>3</sub></b> <b>A<sub>2</sub>CA<sub>3</sub>BA<sub>1</sub></b>	<b>A<sub>3</sub>CA<sub>1</sub>BA<sub>2</sub></b> <b>A<sub>3</sub>CA<sub>2</sub>BA<sub>3</sub></b>
<b>ABCAA</b>	<b>A<sub>1</sub>BCA<sub>2</sub>A<sub>3</sub></b> <b>A<sub>1</sub>BCA<sub>3</sub>A<sub>2</sub></b>	<b>A<sub>2</sub>BCA<sub>1</sub>A<sub>3</sub></b> <b>A<sub>2</sub>BCA<sub>3</sub>A<sub>1</sub></b>	<b>A<sub>3</sub>BCA<sub>1</sub>A<sub>2</sub></b> <b>A<sub>3</sub>BCA<sub>2</sub>A<sub>3</sub></b>
<b>BAAAC</b>	<b>BA<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>C</b> <b>BA<sub>1</sub>A<sub>3</sub>A<sub>2</sub>C</b>	<b>BA<sub>2</sub>A<sub>1</sub>A<sub>3</sub>C</b> <b>BA<sub>2</sub>A<sub>3</sub>A<sub>1</sub>C</b>	<b>BA<sub>3</sub>A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>C</b> <b>BA<sub>3</sub>A<sub>2</sub>A<sub>1</sub>C</b>
<b>BCAAA</b>	<b>BCA<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>3</sub></b> <b>BC A<sub>1</sub>A<sub>3</sub>A<sub>2</sub></b>	<b>BC A<sub>2</sub>A<sub>1</sub>A<sub>3</sub></b> <b>BC A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>A<sub>1</sub></b>	<b>BC A<sub>3</sub>A<sub>1</sub>A<sub>2</sub></b> <b>BC A<sub>3</sub>A<sub>2</sub>A<sub>1</sub></b>
• • •		• • •	
<b>Total:</b>	<b>Total: 5! =120</b>		

### Atividade 2

**Sugestão:** DEEEDF, DEEDEF, DEDEEF, FEEEDD, FDEEED.

Como o número de permutações de 6 elementos distintos é  $6! = 720$ , obtemos 720 palavras.

Note que  $720 = 6!$  e  $6 = 3! \cdot 2 = 2!$  (o número total de objetos que estamos permutando é 6, sendo que temos três letras **E** iguais, duas letras **D** também iguais e uma letra **F**). Escrevendo de forma a explicitar o método temos:

$$\frac{720}{6 \cdot 2} = \frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3!2!} = 60$$

Portanto, é possível escrever mais palavras pelo código de Bruno.

### Atividade 3

**Sugestão:** EIOAU, AEIUO, OUIEA, UAEIO, IOAEU

Temos:  $5! = 120$  palavras possíveis a serem escritas pelo código de Paula. Portanto, é possível escrever mais palavras pelo código de Paula.

### Atividade 5

**Solução:**

$$1) \frac{4!}{2!} = 12$$

São 12 os anagramas da palavra CASA, são eles: CASA, CAAS, CSAA, SCAA, ASAC, ASCA, AASC, AACCS, ASCA, ACSA, SACA, ACAS.

$$2) \frac{14!}{3!2!2!3!} = \frac{14!}{3!2!2!3!} = \frac{14!}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{14!}{144}$$

### Atividade 6

**Solução:**

Possível compra	x→cocas y→fantas z→guaranás	(x,y,z)	Possível maneira de permutar 7símbolos: 5 traços e 2 sinais de +.
duas cocas, 1 fanta, 2 guaraná	x = 2, y = 1, z = 2	(2,1,2)	+   +    Obs: Os 2 traços antes do primeiro sinal de + significam 2 cocas, o traço entre os dois sinais de + significa 1 fanta, e os 2 traços após o último sinal de + representam 2 cocas.
1 fanta , 3cocas, 1 guaraná	x = 3, y = 1, z = 1	(3,1,1)	+   +
3 fantas 2 guaraná	x = 0, y = 3, z = 2	(0,3,2)	+     +
5 guaraná	x = 0, y = 0, z = 5	(0,0,5)	++
1 coca, 2 fantas 2 guaraná	x = 3, y = 1, z = 1	(1,2,2)	+    +
3 cocas 2 guaraná	x = 3, y = 0, z = 2	(3,0,2)	+ +
• • •	• • •	• • •	• • •
Total de Permutações:			

**Atividade 7:**

1)

$$a) \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3!} = 120$$

$$b) \frac{11}{10!!} = \frac{11 \cdot 10!}{10!} = 11$$

$$c) \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$$

$$2) \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4!6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = 210$$

3)

## AULA 5

## PROBABILIDADE

## Atividade 6:

## Solução:

Tabela 1:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1) soma: 2	(1,2) soma: 3	(1,3) soma: 4	(1,4) soma: 5	(1,5) soma: 6	(1,6) soma: 7
2	(2,1) soma: 3	(2,2) soma: 4	(2,3) soma: 5	(2,4) soma: 6	(2,5) soma: 7	(2,6) soma: 8
3	(3,1) soma: 4	(3,2) soma: 5	(3,3) soma: 6	(3,4) soma: 7	(3,5) soma: 8	(3,6) soma: 9
4	(4,1) soma: 5	(4,2) soma: 6	(4,3) soma: 7	(4,4) soma: 8	(4,5) soma: 9	(4,6) soma: 10
5	(5,1) soma: 6	(5,2) soma: 7	(5,3) soma: 8	(5,4) soma: 9	(5,5) soma: 10	(5,6) soma: 11
6	(6,1) soma: 7	(6,2) soma: 8	(6,3) soma: 9	(6,4) soma: 10	(6,5) soma: 11	(6,6) soma: 12

Tabela 2:

Soma S das faces superiores dos dois dados	Subconjunto A do espaço amostral onde a soma das faces vale S	Probabilidade do evento A ocorrer
2	$A=\{(1,1)\}$	$1/36$
3	$A=\{(1,2),(2,1)\}$	$2/36$
4	$A=\{(1,3),(2,2),(3,1)\}$	$3/36$
5	$A=\{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$	$4/36$

6	$A=\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$	$5/36$
7	$A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$	$6/36$
8	$A=\{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$	$5/36$
9	$A=\{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$	$4/36$
10	$A=\{(4,6),(5,5),(6,4)\}$	$3/36$
11	$A=\{(5,6),(6,5)\}$	$2/36$
12	$A=\{(6,6)\}$	$1/36$

**Atividade 7:****Solução:**

Temos o espaço amostral.

$$T = \{CC,CK,KC,KK\}$$

$$\text{Logo } n(T) = 4$$

Queremos duas coroas numa jogada.

$$A = \{KK\}$$

$$\text{Logo } n(A) = 1.$$

$$\text{Então: } p(A) = \frac{n(A)}{n(T)} = \frac{1}{4}$$

**Atividade 8:****Solução.**

Espaço amostral:

$$T = \{CC,CK,KC,KK\}$$

$$n(T)=4$$

Queremos duas caras ou duas coroas, então:

$$A = \{CC,KK\}$$

$$\text{Daí, } n(A)=2$$

$$p(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Logo temos 50 % de chance de obtermos o resultado.

**Atividade 9:****Solução.**

Espaço Amostral:

$$T = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,12,13,14,15,16,17,18,19,20\}.$$

Consideremos os eventos:

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20\} \text{-----divisíveis por 4.}$$

$$B = \{6,12,18\} \text{-----divisíveis por 6.}$$

$$A \cup B = \{4,6,8,12,16,18,20\}$$

$$A \cap B = \{12\}$$

$$p(A) = \frac{5}{20} \quad p(B) = \frac{3}{20}$$

$$p(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$\text{Portanto: } p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

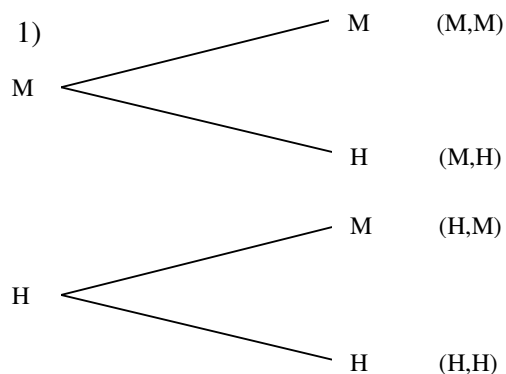
$$= \frac{5}{20} + \frac{3}{20} - \frac{1}{20} = \frac{7}{20}$$

Se o evento não for mutuamente exclusivo, isto é, sua intersecção não for vazia, então usaremos a seguinte fórmula:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

### Atividade 10:

#### Solução:



Espaço Amostral:  $T = \{MM, MH, HM, HH\}$

1)  $\frac{1}{4}$

2)  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Evento A	Evento A expresso na notação de conjunto	Probabilidade de ocorrer o evento A
Nascimento de 2 homens	$A = \{(H,H)\}$	$\frac{1}{4} = 25\%$
Nascimento de 2 mulheres	$A = \{(M,M)\}$	$\frac{1}{4} = 25\%$
Nascimento de casal sem importar a ordem	$A = \{(H,M),(M,H)\}$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$

### Atividade 11:

1) 30 alunos

2) 50 alunos

3) 40 alunos

4)  $n(X)$  é o número de elementos do conjunto X

$$n(A \cup B) = 120$$

$$n(A) = 80$$

$$n(B) = 70$$

$$n(A \cap B) = 30$$

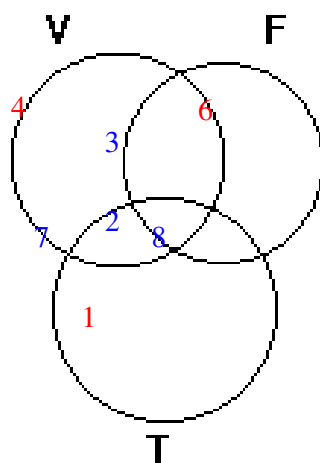
$$5) \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$120 = 80 + 70 - 30$$

**Atividade 12:** Um coral é formado por 31 participantes. Além de cantar, os participantes sabem tocar pelo menos um instrumento: 16 tocam violão, 19 tocam flauta e 18 tocam teclado. Sabe-se que 5 tocam violão e flauta, e 9 tocam violão e teclado, e apenas 2 tocam todos os instrumentos. Há apenas um componente que toca apenas teclado.

**Exploração:**

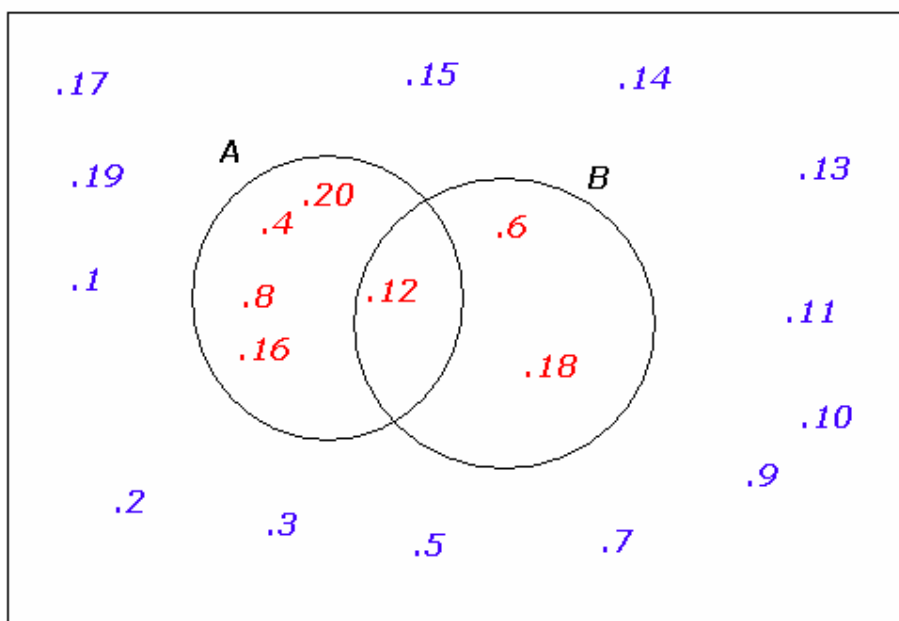
- a) 4  
b) 6  
c)



d)  $n(V) = 4$   
 $n(F) = 6$   
 $n(T) = 1$   
 $n(V \cup F \cup T) = 31$   
 $n(V \cap F) = 5$   
 $n(V \cap T) = 9$   
 $n(F \cap T) = 10$   
 $n(V \cap F \cap T) = 2$   
 $n(V \cup F \cup T) = n(V) + n(F) + n(T) - n(V \cap F) - n(V \cap T) - n(F \cap T) + n(V \cap F \cap T)$   
 $31 = 16 + 19 + 18 - 5 - 9 - 10 + 2$

**Atividade 14:**

$T = \{1, 2, \dots, 10\}$  (Espaço Amostral)  
 $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$   
 $B = \{6, 12, 18\}$

Evento:  $A \cup B$ 

$$a) p(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(T)} = \frac{7}{20}$$

$$b) p(A) = \frac{5}{20}$$

$$p(B) = \frac{3}{20}$$

$$p(A \cup B) = \frac{7}{20}$$

$$p(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\frac{7}{20} = \frac{5}{20} + \frac{3}{20} - \frac{1}{20}$$

$$c) p(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(T)} = \frac{n(A)}{n(T)} + \frac{n(B)}{n(T)} - n(A \cap B) / n(T)$$

**Atividade 15:**

$$a) U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$\bar{A} = \{2, 4, 6\}$$

$$p(\bar{A}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

**Verifique a fórmula:**

$$\bar{\bar{A}} \cup A = U$$

$$p(\bar{\bar{A}}) = \frac{n(\hat{A})}{n(U)}, \quad p(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

$$p(U) = \frac{n(U)}{n(U)}$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cup \bar{A}) = p(A) + p(\bar{A}) - p(A \cap \bar{A})$$

$$p(U) = p(A) + p(\bar{A})$$

$$\frac{n(U)}{n(U)} = p(A) + p(\bar{A})$$

$$1 = p(A) + p(\bar{A})$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

b) ocorre sempre!

### Atividade 16:

a)  $\frac{4}{50}$

b)  $\frac{9}{50}$

c)  $\frac{4}{9}$

d)  $\frac{\frac{4}{50}}{\frac{9}{50}} = \frac{4}{9}$

## AULA 6

### BINÔMIO DE NEWTON

#### Atividade 1:

Preenchendo a tabela abaixo, Maria descobriu que a área total é de: 49 m<sup>2</sup>.

Flor	Terreno	Área
Orquídeas	4 x 4	16
Margaridas	3 x 3	9

Rosas brancas	3 x 4	12
Rosas vermelhas	3 x 4	12
Total	—	49

Carla verificou que para achar a área total bastaria observar que o jardim era um grande quadrado com 7 metros de lado. Portanto sua área é 49 m<sup>2</sup>.

**Raciocínio de Carla:** Temos um grande quadrado de lado 7, cuja área vale 49.

**Raciocínio de Maria:** A área total é a soma da área de um quadrado de lado 4, com as áreas de dois retângulos cujos lados valem 3 e 4, com a área de um quadrado de lado 3. Esta conta dá justamente  $4^2 + 2 \times 3 \times 4 + 3^2$ , a expressão que aparece no segundo membro.

**Atividade 2:**

**Solução:**  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

**Atividade 3:** Preencha a tabela

Caso	Nº de casos	Probabilidade
Nascerem 2 homens	1	1/4
Nascer 1 homem e uma mulher (em qualquer ordem)	2	2/4 = 1/2
Nascerem 2 mulheres	1	1/4
Total	4	4/4 = 1

**Atividade 4:** Preencha a tabela para este caso

Caso	Número de casos	Probabilidade
Nascerem 3 homens	1	1/8
Nascerem 3 mulheres	1	1/8
Nascerem 2 homens e 1 mulher	3	3/8
Nascerem 2 mulheres e 1 homem	3	3/8
Total:	8	8/8 = 1

**Atividade 5:** Complete com os coeficientes adequados no membro direito

$$(A+B)^3 = 1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3$$

### Atividade 6:

Tipo	Como aparece?	Quantidade	Explicação	Quantidade, usando a linguagem de combinação.
$A^3$	Não escolhendo B em nenhum dos três fatores (A+B) existentes, isto é, escolhendo A em todos eles.	1	Só há uma maneira de escolher nenhum dos três fatores para pinçar B, que é escolher A em todos os fatores.	O número de modos de escolher zero fatores de onde pinçar o B, entre os 3 fatores (A+B) existentes é dado por $\binom{3}{0}$ (lê-se: combinação de três elementos zero a zero)
$A^2B$	Escolhendo-se B em 1 dos fatores, e A nos dois restantes.	3	Poderíamos escolher B no primeiro fator, e A nos restantes; B no segundo fator e A nos outros, ou B no terceiro fator, e A nos dois primeiros.	O número de modos de escolher 1 fator de onde tirar o B, entre os 3 fatores (A+B) existentes é dado por: $\binom{3}{1}$
$AB^2$	Escolhendo-se B em 2 dos fatores e A no restante.	3	Poderíamos escolher B no primeiro e segundo fatores, A no restante; B no primeiro e terceiro fatores, A no segundo; ou B no segundo e terceiro, e A no primeiro.	O número de modos de escolher 2 fatores de onde tirar o B, entre os 3 fatores (A+B) existentes é dado por: $\binom{3}{2}$
$B^3$	Escolhendo B nos 3 fatores .	1	Como só há 3 fatores, só existe uma maneira de fazer isto.	O número de modos de escolher 3 fatores de onde tirar o B, entre os 3 fatores (A+B) existentes é dado por: $\binom{3}{3}$

### Atividade 7:

$$(A+B)^3 = 1A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + 1B^3$$

$$(H+M)^3 = 1H^3 + 3H^2M + 3HM^2 + 1M^3$$

### Atividade 8:

- i. A soma dos coeficientes dos termos que aparecem no 2º termo,  $1+3+3+1=8$ , representa o número total de possibilidades de nascimento.
- ii. O coeficiente 1 que aparece multiplicando  $H^3$  representa que só há uma possibilidade de nascimento de 3 homens.
- iii. O coeficiente 3 que aparece multiplicando  $H^2M$  representa que há três possibilidades de nascerem 2 homens e 1 mulher.
- iv. O coeficiente 3 que aparece multiplicando  $HM^2$  representa que há três possibilidades de nascerem 1 homem e 2 mulheres.
- v. O coeficiente 1 que aparece multiplicando  $M^3$  representa que só há 1 possibilidade de nascerem 3 mulheres.

**Atividade 9:**

Neste caso ele teria tido 3 meninas e 1 menino

**Atividade 10:**

Caso	Seqüências possíveis	Número de seqüências possíveis.	Probabilidade
Nascerem 4 homens: a seqüência apresenta 4 caras.	cccc	1	1/16
Nascerem 3 homens e 1 mulher: a seqüência apresenta 3 caras e 1 coroa.	kecc ckcc ccke ccck	4	4/16
Nascerem 2 homens e 2 mulheres: a seqüência apresenta 2 caras e 2 coroas.	cckk kkcc ckkc kckc kcke ckck	6	6/16
Nascer 1 homem e 3 mulheres. a seqüência apresenta 1 cara e 3 coroas.	ckkk kckk kkck kkkc	4	4/16
Nascerem 4 mulheres: a seqüência apresenta 4 coroas.	kkkk	1	1/16
Total	não preencher	16	16/16 = 1

**Atividade 11:**

$$(A+B)^4 = 1A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + 16B^4$$

**Atividade 12:**

Tipo	Como aparece?	Quantidade	Quantidade, usando a linguagem de combinação.
$A^4$	Não escolhendo B em nenhum dos 4 fatores (A+B) existentes, isto é, escolhendo A em todos eles.	1	O número de modos de escolher zero fatores de onde pinçar o B, entre os 4 fatores (A+B) existentes, é dado por $\binom{4}{0}$
$A^3B$	Escolhendo-se B em 1 dos fatores, e A nos três restantes.	4	O número de modos de escolher 1 fator de onde pinçar o B, entre os 4 fatores (A+B) existentes, é dado por: $\binom{4}{1}$
$A^2B^2$	Escolhendo-se B em 2 dos fatores e A nos outros 2.	6	O número de modos de escolher 2 fatores de onde pinçar o B, entre os 4 fatores (A+B) existentes, é dado por: $\binom{4}{2}$
$AB^3$	Escolhendo B em 3 fatores e A no restante	4	O número de modos de escolher 3 fatores de onde pinçar o B, entre os 4 fatores (A+B) existentes, é dado por $\binom{4}{3}$
$B^4$	Escolhendo B nos quatro fatores	1	O número de modos de escolher 4 fatores de onde tirar o B, entre os fatores (A+B) existentes, é dado por: $\binom{4}{4}$

**Atividade 13:** Calcule

$$a) \sum_{k=1}^5 k = 1 + 2 + 3 + \dots + 5$$

$$b) \sum_{i=1}^8 2i = 2.1 + 2.2 + 2.3 + \dots + 2.8$$

$$c) \sum_{p=1}^4 p! = 1! + 2! + 3! + \dots + 4!$$

**Atividade 14:**

n	Desenvolvimento utilizando o coeficiente escrito na linguagem de combinação	Usando a notação de somatório
2	$(A+B)^2 = \binom{2}{0}A^2 + \binom{2}{1}AB + \binom{2}{2}B^2$ $= 1A^2 + 2AB + 1B^2$	$\sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} A^{2-k} B^k$
3	$(A+B)^3 = \binom{3}{0}A^3 + \binom{3}{1}A^2B + \binom{3}{2}AB^2 + \binom{3}{3}B^3$ $= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$	$\sum_{k=0}^3 \binom{3}{k} A^{3-k} B^k$
4	$(A+B)^4 = \binom{4}{0}A^4 + \binom{4}{1}A^3B + \binom{4}{2}A^2B^2 + \binom{4}{3}AB^3 + \binom{4}{4}B^4$ $= A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$	$\sum_{K=0}^4 \binom{4}{K} A^{4-K} B^K$
5	$(A+B)^5 = \binom{5}{0}A^5 + \binom{5}{1}A^4B + \binom{5}{2}A^3B^2 + \binom{5}{3}A^2B^3 + \binom{5}{4}AB^4 + \binom{5}{5}B^5$ $= A^5 + 5A^4B + 10A^3B^2 + 10A^2B^3 + 5AB^4 + B^5$	$\sum_{K=0}^5 \binom{5}{K} A^{5-K} B^K$
n	$(A+B)^n = \binom{n}{0}A^n + \binom{n}{1}A^{n-1}B + \binom{n}{2}A^{n-2}B^2 + \binom{n}{3}A^{n-3}B^3 + \dots$	$\sum_{K=0}^n \binom{n}{K} A^{n-K} B^K$

**Atividade 15:**

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1							
1	1	1						
2	1	2	1					
3	1	3	3	1				
4	1	4	6	4	1			
5	1	5	10	10	5	1		
6	1	6	15	20	15	6	1	
7	1	7	21	35	35	21	7	1

**Atividade 16:**

1)  $A_{5,2} = 10$ ,  $A_{4,1} = 4$ ,  $A_{4,2} = 6$

2)  $A_{4,1} + A_{4,2} = 10$  e  $A_{5,2} = 10$ . Portanto são iguais.

3) a) (V)

b) (V)

c) (F)

d) (V)

e) (V)

f) (V)

g) (V)

h) (V)

4)  $(A+B)^6 = 1A^6 + 6A^5B + 15A^4B^2 + 20A^3B^3 + 15A^2B^4 + 6AB^5 + 1B^6$